

© International Baccalaureate Organization 2022

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2022

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2022

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

Mathématiques : applications et interprétation

Niveau supérieur

Épreuve 1

Vendredi 6 mai 2022 (après-midi)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour le cours de mathématiques : applications et interprétation** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[110 points]**.



Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

1. [Note maximale : 6]

Un groupe de 130 candidats ont postulé afin d'être admis dans le programme d'arts ou dans le programme de sciences à l'université. Les résultats de leurs demandes d'admission sont montrés dans le tableau suivant.

	Accepté	Refusé
Programme d'arts	17	24
Programme de sciences	25	64

- (a) Trouvez la probabilité qu'un candidat choisi au hasard dans ce groupe ait été accepté par l'université. [1]

Un candidat est choisi au hasard dans ce groupe. On constate qu'il a été accepté dans le programme de son choix.

- (b) Trouvez la probabilité que le candidat ait postulé au programme d'arts. [2]

Deux candidats différents sont choisis au hasard dans le groupe d'origine.

- (c) Trouvez la probabilité que les deux candidats aient postulé au programme d'arts. [3]

(Suite de la question à la page suivante)

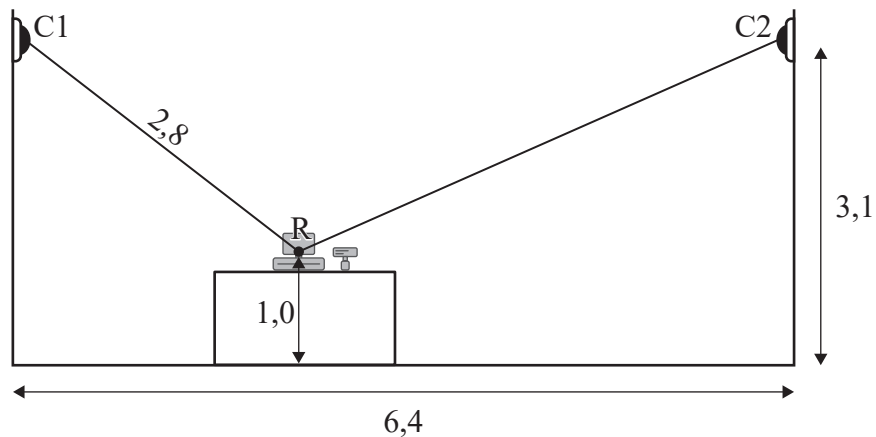


2. [Note maximale : 8]

Le propriétaire d'une supérette (ou d'un dépanneur) installe deux caméras de sécurité, représentées par les points C1 et C2. Les deux caméras pointent vers le centre de la caisse enregistreuse du magasin, représentée par le point R.

Le diagramme suivant montre ces informations sur une coupe transversale du magasin.

la figure n'est pas à l'échelle



Les caméras sont positionnées à une hauteur de 3,1 m et la distance horizontale entre les caméras est de 6,4 m. La caisse enregistreuse est posée sur un comptoir de sorte que son centre, R, est à 1,0 m au-dessus du sol.

La distance entre la Caméra 1 et le centre de la caisse enregistreuse est de 2,8 m.

- (a) Déterminez l'angle de dépression de la Caméra 1 par rapport au centre de la caisse enregistreuse. Donnez votre réponse en degrés. [2]
- (b) Calculez la distance entre la Caméra 2 et le centre de la caisse enregistreuse. [4]
- (c) Sans autre calcul, déterminez quelle caméra a le plus grand angle de dépression par rapport au centre de la caisse enregistreuse. Justifiez votre réponse. [2]

(Suite de la question à la page suivante)



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



3. [Note maximale : 7]

Un test du polygraphe est utilisé pour déterminer si les personnes disent la vérité ou non, mais il n'est pas toujours exact. Lorsqu'une personne dit la vérité, elle a 20% de chances d'échouer au test. Chaque résultat au test est indépendant de tout résultat précédent.

Il y a 10 personnes qui passent un test du polygraphe et toutes disent la vérité.

- (a) Calculez le nombre espéré de personnes qui réussiront ce test du polygraphe. [2]
- (b) Calculez la probabilité qu'exactly 4 personnes échoueront à ce test du polygraphe. [2]
- (c) Déterminez la probabilité que moins de 7 personnes réussiront ce test du polygraphe. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



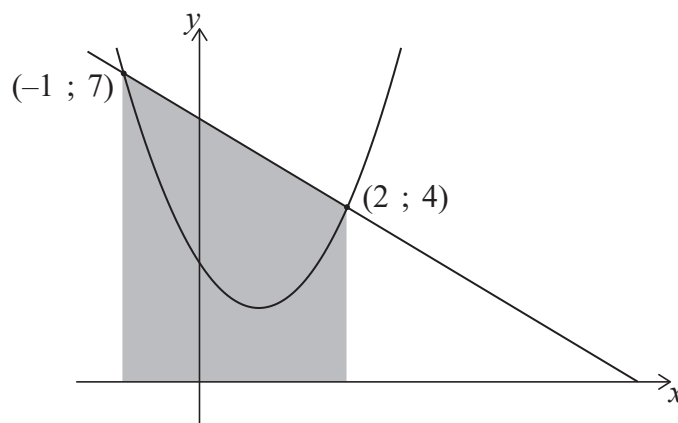
4. [Note maximale : 7]

Les représentations graphiques de $y = 6 - x$ et $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$ se coupent aux points $(2 ; 4)$ et $(-1 ; 7)$, tel que montré dans les diagrammes suivants.

Dans le **diagramme 1**, la région délimitée par les droites $y = 6 - x$, $x = -1$, $x = 2$ et l'axe des abscisses a été grisée.

la figure n'est pas à l'échelle

Diagramme 1



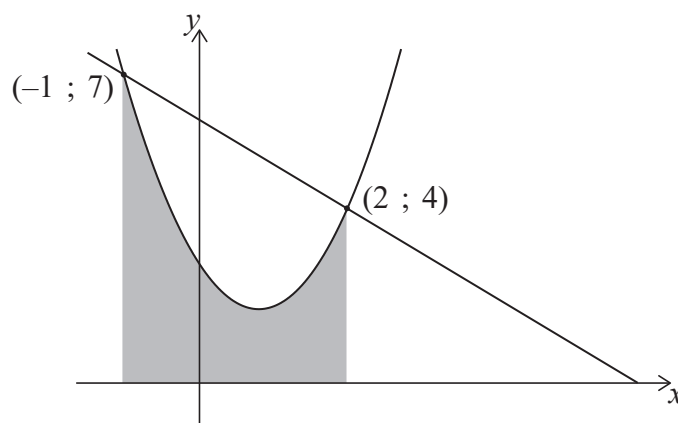
(a) Calculez l'aire de la région grisée dans le **diagramme 1**.

[2]

Dans le **diagramme 2**, la région délimitée par la courbe $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$, les droites $x = -1$, $x = 2$ et l'axe des abscisses a été grisée.

la figure n'est pas à l'échelle

Diagramme 2



(b) (i) Écrivez une intégrale pour l'aire de la région grisée dans le **diagramme 2**.

(ii) Calculez l'aire de cette région.

[3]

(c) À partir de là, déterminez l'aire de la région comprise entre $y = 6 - x$ et $y = 1,5x^2 - 2,5x + 3$.

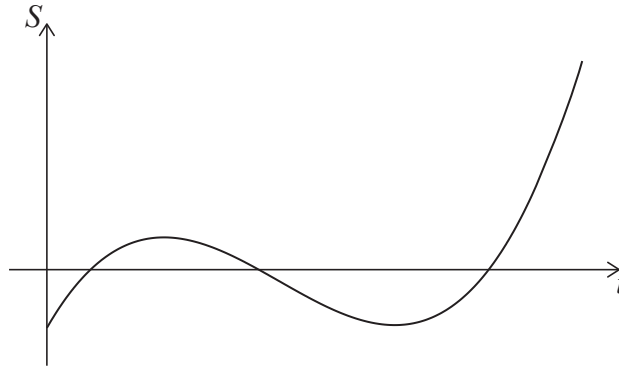
[2]

(Suite de la question à la page suivante)



5. [Note maximale : 8]

La représentation graphique ci-dessous montre les économies moyennes, S mille dollars, d'un groupe de diplômés universitaires comme une fonction de t , le nombre d'années après avoir obtenu leur diplôme universitaire.



- (a) Écrivez une caractéristique de cette représentation graphique qui suggère qu'une fonction cubique pourrait être appropriée pour modéliser ce scénario. [1]

L'équation du modèle peut être exprimée sous la forme $S = at^3 + bt^2 + ct + d$, où a , b , c et d sont des constantes réelles.

La représentation graphique du modèle doit passer par les quatre points suivants.

t	0	1	2	3
S	-5	3	-1	-5

- (b) (i) Écrivez la valeur de d .
 (ii) Écrivez trois équations simultanées pour a , b et c .
 (iii) À partir de là ou par toute autre méthode, trouvez les valeurs de a , b et c . [4]

Une valeur négative de S indique qu'un diplômé serait endetté.

- (c) Utilisez le modèle pour déterminer la durée totale, en années, pendant laquelle un diplômé serait endetté après avoir obtenu son diplôme universitaire. [3]

(Suite de la question à la page suivante)



9. [Note maximale : 8]

Un psychologue enregistre le nombre de chiffres (d) de π qu'un échantillon de candidats en mathématiques du niveau supérieur de l'IB pouvait se souvenir.

d	2	3	4	5	6	7
Effectifs	2	6	24	21	11	3

(a) Trouvez un estimateur sans biais de la moyenne de la population pour d . [1]

(b) Trouvez un estimateur sans biais de la variance de la population pour d . [2]

Le psychologue a lu que dans la population générale, les gens peuvent se souvenir en moyenne de 4,4 chiffres de π . Le psychologue souhaite effectuer un test statistique pour voir si les candidats en mathématiques du niveau supérieur de l'IB peuvent se souvenir de plus de chiffres que la population générale.

(c) $H_0: \mu = 4,4$ est l'hypothèse nulle pour ce test.

(i) Indiquez l'hypothèse alternative.

(ii) Étant donné que toutes les conditions d'application de ce test sont satisfaites, effectuez un test d'hypothèse approprié. Indiquez et justifiez votre conclusion. Utilisez un niveau de signification de 5%. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



11. [Note maximale : 6]

Juliana prévoit d'investir de l'argent pendant 10 ans dans un compte qui rapporte 3,5% d'intérêt, composé annuellement. Elle s'attend à ce que le taux d'inflation annuel soit de 2% par année tout au long de la période de 10 ans.

Juliana aimerait que son investissement ait une valeur réelle de 4000 \$, par rapport aux valeurs actuelles, à la fin de la période de 10 ans. Elle envisage deux options.

Option 1 : Effectuer un investissement ponctuel au début de la période de 10 ans.

Option 2 : Investir 1000 \$ au début de la période de 10 ans, puis investir x \$ dans le compte à la fin de chaque année (y compris la première et la dernière année).

(a) Pour l'option 1, déterminez le montant minimum que Juliana devrait investir. Donnez votre réponse au dollar près. [3]

(b) Pour l'option 2, trouvez la valeur minimale de x que Juliana devrait investir chaque année. Donnez votre réponse au dollar près. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



13. [Note maximale : 5]

Un circuit électrique a deux sources d'alimentation. La tension, V_1 , fournie par la première source d'alimentation, au temps t , est modélisée par

$$V_1 = \text{Re}(2e^{3ti}).$$

La tension, V_2 , fournie par la seconde source d'alimentation est modélisée par

$$V_2 = \text{Re}(5e^{(3t+4)i}).$$

La tension totale dans le circuit, V_T , est donnée par

$$V_T = V_1 + V_2.$$

(a) Trouvez une expression pour V_T sous la forme $A \cos(Bt + C)$, où A , B et C sont des constantes réelles. [4]

(b) À partir de là, écrivez la tension maximale dans le circuit. [1]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



15. [Note maximale : 7]

L'équation de la droite $y = mx + c$ peut être exprimée sous forme vectorielle par $r = a + \lambda b$.

(a) Trouvez les vecteurs a et b en fonction de m et/ou c . [2]

La matrice M est définie par $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

(b) Trouvez la valeur de $\det M$. [1]

La droite $y = mx + c$ (où $m \neq -2$) est transformée en une nouvelle droite en utilisant la transformation décrite par la matrice M .

(c) Montrez que l'équation de la droite résultante ne dépend ni de m ni de c . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



16. [Note maximale : 7]

Le vecteur-position d'une particule, P , par rapport à une origine fixe O au temps t est donné par

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} \sin(t^2) \\ \cos(t^2) \end{pmatrix}.$$

(a) Trouvez le vecteur-vitesse de P . [2]

(b) Montrez que le vecteur-accélération de P n'est jamais parallèle au vecteur-position de P . [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

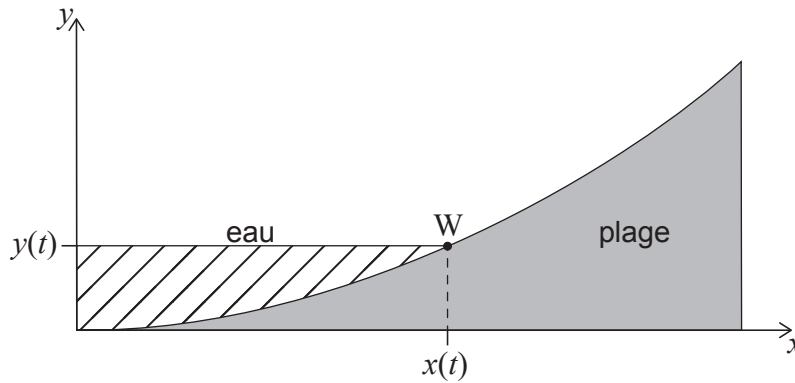
.....



17. [Note maximale : 8]

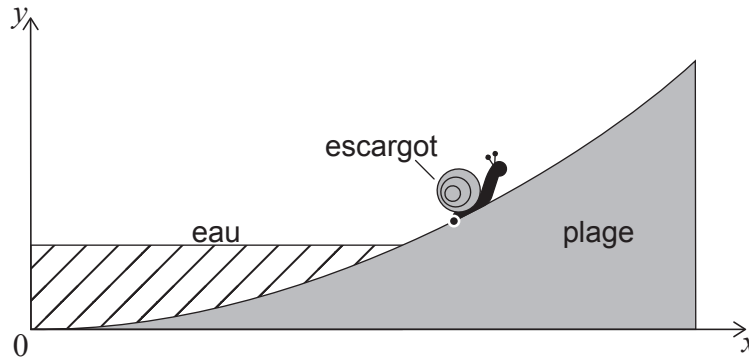
La section transversale d'une plage est modélisée par l'équation $y = 0,02x^2$ pour $0 \leq x \leq 10$, où y est la hauteur de la plage (en mètres) à une distance horizontale x mètres d'une origine. t est le temps en heures après la marée basse.

Lorsque $t = 0$, l'eau est au point $(0 ; 0)$. La hauteur de l'eau s'élève à une vitesse de 0,2 mètre par heure. Le point $W(x(t) ; y(t))$ indique où le niveau de l'eau rencontre la plage au temps t .



- (a) Lorsque l'abscisse de W est égale à 1, trouvez la composante horizontale de la vitesse algébrique de W. [3]

Un escargot est modélisé par un seul point. Lorsque $t = 0$, il se trouve au point $(1 ; 0,02)$. L'escargot s'éloigne de l'eau entrante à une vitesse de 1 mètre par heure dans la direction suivant la courbe correspondant à la section transversale de la plage. Le diagramme suivant montre ceci pour une valeur de t , tel que $t > 0$.



- (b) (i) Trouvez le temps mis par l'escargot pour atteindre le point $(10 ; 2)$.
 (ii) À partir de là, montrez que l'escargot atteint le point $(10 ; 2)$ avant que l'eau atteigne ce point. [5]

(Suite de la question à la page suivante)



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



28EP26

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



28EP27

Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.



28EP28